

# 基于有限元法的熔模铸造过程温度场 模拟软件自主开发

曹流<sup>1</sup>, 廖敦明<sup>1</sup>, 曹腊梅<sup>2</sup>, 谷怀鹏<sup>2</sup>, 陈涛<sup>1</sup>, 庞盛永<sup>1</sup>

(1. 华中科技大学材料成形及模具技术国家重点实验室, 湖北武汉 430074; 2. 北京航空材料研究院, 北京 100095)

**摘要:** 针对熔模铸造中型壳的随形特点, 提出了一种处理不规则铸型边界的方法, 并以瞬态傅里叶导热微分方程为基础, 自主开发了基于有限元法 (FEM) 的熔模铸造温度场数值模拟软件, 并阐述了潜热以及集中热容的处理等关键技术。通过一个复杂熔模缸体铸件铸造过程温度场的模拟计算, 并与ProCAST的模拟结果进行了对比, 发现二者模拟结果基本相近, 凝固过程温度场的最大相对误差为1.113%, 验证了所开发的温度场程序的正确性和可靠性。

**关键词:** 熔模铸造; 数值模拟; 有限元法; 不规则边界; 潜热处理; 集中热容处理

中图分类号: TG391.9 文献标识码: A 文章编号: 1001-4977 (2014) 12-1235-06

## Temperature-Field Simulation Software Self-Development of Investment Casting Based on Finite Element Method

CAO Liu<sup>1</sup>, LIAO Dun-ming<sup>1</sup>, CAO La-mei<sup>2</sup>, GU Huai-peng<sup>2</sup>, CHEN Tao<sup>1</sup>, PANG Sheng-yong<sup>1</sup>

(1. State Key Laboratory of Materials Processing and Die & Mould Technology, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, Hubei, China; 2. Beijing Institute of Aeronautical Materials, Beijing 100095, China)

**Abstract:** In allusion to the irregular shuttering of investment casting, a method of handling irregular mould boundary is presented, and based on the mathematical model of the transient Fourier heat conduction differential equation, a temperature-field numerical simulative program of investment casting based on Finite Element Method (FEM) has been presented. The key technology of hidden heat and concentration heat capacity were represented. The temperature field of a complex cylinder casting is calculated by the self-developed program of investment casting, which is close to the result calculated by ProCAST. The maximum relative error during solidification is 1.113%, so the correctness and the reliability of the temperature program have been verified.

**Key words:** investment casting; numerical simulation; FEM; irregular boundary; latent heat treatment; lumped heat capacity treatment

在众多的铸造工艺方法中, 熔模精密铸造生产的铸件尺寸精度高、表面质量好, 适用于形状复杂的多种合金铸件的生产, 而且生产批量灵活。正因为如此, 熔模精密铸件几乎涵盖了工业生产的所有领域, 成为重要的金属零件成形手段<sup>[1]</sup>。由于熔模精密铸件往往是关键部件, 质量要求高, 使得熔模铸造生产的成本较高。随着计算机仿真技术的发展, 模拟仿真技术在铸造领域得到了越来越广泛的应用。温度场模拟作为铸造模拟仿真技术的基础内容, 可以预测铸造过程的宏观缺陷如缩孔、缩松、宏观偏析等, 并可用于辅助设计铸造工艺、提高生产效率和节约成本<sup>[2]</sup>。与其他数值模拟方法相比, FEM在求解具有复杂的几何边界条件、

几何形状和非线性问题上有一定的优势<sup>[3]</sup>。

针对熔模铸造中型壳的随形特点, 本文提出了一种处理不规则铸型边界的方法, 以瞬态的傅里叶导热微分方程为基础, 自主开发了基于FEM的熔模铸造过程温度场数值模拟软件, 并说明了程序中的潜热处理以及集中热容处理过程。通过计算复杂铸钢缸体熔模铸造过程温度场, 并与ProCAST的模拟结果进行对比, 发现二者模拟结果基本相近, 验证了所开发的温度场程序的正确性和可靠性。

### 1 瞬态温度场数学模型

热传导方程是描述热传导过程的基本方程, 它由

基金项目: 教育部新世纪优秀人才支持计划 (NCET-13-0229, NCET-09-0396); 国家数控重大专项 (2012ZX04010-031, 2012ZX0412-011); 国家高技术研究发展计划 (863计划) (2013031003)。

收稿日期: 2014-08-29收到初稿, 2014-09-11收到修订稿。

作者简介: 曹流 (1991-), 男, 硕士生, 主要研究方向为铸造过程有限元法数值模拟。E-mail: caoliu@hust.edu.cn

通讯作者: 廖敦明, 男, 教授, 博士生导师, 主要从事铸造 CAD/CAE 研究。电话 027-87541922, E-mail: liaodunming@hust.edu.cn

Fourier热传导定律和能量守恒定律推导得出。三维瞬态温度场的场变量温度 $\phi(x, y, z, t)$ 在直角坐标中所满足的

微分方程<sup>[4]</sup>为：

$$\rho c \frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) - \rho Q = 0 \quad (1)$$

边界条件为：

$$\phi = \bar{\phi} \quad (2)$$

$$k \frac{\partial \phi}{\partial x} n_x + k \frac{\partial \phi}{\partial y} n_y + k \frac{\partial \phi}{\partial z} n_z = q \quad (3)$$

$$k \frac{\partial \phi}{\partial x} n_x + k \frac{\partial \phi}{\partial y} n_y + k \frac{\partial \phi}{\partial z} n_z = h(\phi_a - \phi) \quad (4)$$

式中： $\rho$ 为材料密度， $\text{kg/m}^3$ ； $C$ 为材料比热容， $\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ ； $t$ 为时间， $\text{s}$ ； $k$ 为材料热导率， $\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ； $Q$ 为物体内部的热源密度， $\text{W/kg}$ ； $\bar{\phi}$ 为第一类边界中的给定温度， $^{\circ}\text{C}$ ； $n_x, n_y, n_z$ 为边界外法线的方向余弦； $q$ 为第二类边界中的给定热流量， $\text{W/m}^2$ ； $h$ 为界面换热系数， $\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K})$ ； $\phi_a$ 为环境温度， $^{\circ}\text{C}$ 。

瞬态温度场的场函数温度 $\phi$ 不仅是时间域 $t$ 的函数，而且是空间域 $\Omega$ 的函数。由于时间与空间为两个独立的变量，使得这两个域并不耦合，因此建立有限元格式时可采用部分离散的方式。首先将空间域 $\Omega$ 离散为有限个单元体，典型单元内的温度 $\phi$ 仍可以近似地由节点温度 $\phi_i$ 插值得到，注意此时节点温度是时间的函数，即：

$$\phi = \tilde{\phi} = \sum_{i=1}^{n_e} N_i(x, y, z) \phi_i(t) \quad (5)$$

式中： $n_e$ 为典型单元的节点个数； $N_i(x, y, z)$ 为插值函数，其只是空间域的函数。采用加权余量法建立有限元格式，用伽辽金法选择权函数，得到三维瞬态导热热传导问题的有限元求解方程<sup>[4]</sup>为：

$$C\dot{\phi} + K\phi = P \quad (6)$$

式中， $C$ 是比热容矩阵； $K$ 是热导率矩阵； $P$ 是温度载荷列阵； $\phi$ 是节点温度列阵； $\dot{\phi}$ 是节点温度对时间的导数列阵。各矩阵的单元集成形式为：

$$K_{ij} = \int_{\Omega} \left( k \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + k \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} + k \frac{\partial N_i}{\partial z} \frac{\partial N_j}{\partial z} \right) d\Omega + \int_{\Gamma_c} h N_i N_j d\Gamma = \sum_e K_{ij}^e + \sum_e H_{ij}^e \quad (7)$$

$$C_{ij} = \int_{\Omega} \rho c N_i N_j d\Omega = \sum_e C_{ij}^e \quad (8)$$

$$P_i = \int_{\Gamma_q} N_i q d\Gamma + \int_{\Gamma_h} h N_i T_a d\Gamma + \int_{\Omega} N_i \rho Q d\Omega = \sum_e P_{q_i}^e + \sum_e P_{h_i}^e + \sum_e P_{Q_i}^e \quad (9)$$

式中： $K_{ij}^e$ 是单元对热导率矩阵的贡献； $H_{ij}^e$ 是单元热交换边界对热导率矩阵的修正； $C_{ij}^e$ 是单元对比热容矩阵

的贡献； $P_{q_i}^e$ 是单元给定热流边界的温度载荷； $P_{h_i}^e$ 是单元的对流换热边界的温度载荷； $P_{Q_i}^e$ 是单元热源产生的温度载荷。在集成系统刚度矩阵后，还需引入给定温度的边界条件，即导入第一类边界条件，在引入给定温度条件之后，矩阵 $K$ 和 $C$ 都是对称正定矩阵。

文献[4]对于式(6)介绍了两种求解方法：直接积分法和模态叠加法。本文采用灵活多变的直接积分法，应用直接积分法中的两点循环公式，可得求解各个时刻温度场的迭代算法表达式为：

$$\bar{K}\phi_{n+1} = \bar{Q}_{n+1} \quad (10)$$

其中：

$$\bar{K} = C/\Delta t + \theta K \quad (11)$$

$$\bar{Q}_{n+1} = [C/\Delta t - (1-\theta)K]\phi_n + (1-\theta)P_n + \theta P_{n+1} \quad (12)$$

式中： $\bar{K}$ 为系统有效系数矩阵； $\bar{Q}_{n+1}$ 为系统有效载荷向量； $\phi_n$ 与 $\phi_{n+1}$ 分别为上一时刻和当前时刻的温度值向量； $P_n$ 和 $P_{n+1}$ 分别为上一时刻和当前时刻的载荷向量； $\Delta t$ 为选取的时间步长； $\theta$ 为设置的差分格式参数，取值在0~1之间。根据 $\theta$ 的不同取值，可以得到不同的积分方案，本文采用 $\theta=2/3$ 的伽辽金差分格式进行温度场计算。利用式(10)，从时刻 $t=0$ 出发，根据给定的初始温度分布，可以依次递推求得各个时刻的温度场分布。

## 2 关键技术及程序实现

### 2.1 型壳边界处理

熔模铸造工艺相比一般铸造工艺而言，其最大的特点为随形型壳，一般认为型壳在铸件外表面基础上长厚了一定的厚度。从数值模拟的角度出发，如何处理复杂型壳边界成为熔模铸造过程模拟的关键所在。在不考虑辐射换热的前提下，对于型壳表面而言，一部分型壳表面与其他材质表面进行对流换热，其他型壳表面与空气进行对流换热。

图1为铸件以及随形型壳的表面边界示意图，边界A1为铸件浇注入口表面，边界A2为铸件与型壳相接触的表面，边界B1为型壳顶部表面，边界B2为型壳与铸件相接触的表面，边界B3为型壳与空气相接触的表面。实际上铸件与型壳是互相接触的，即边界A2与边界B2

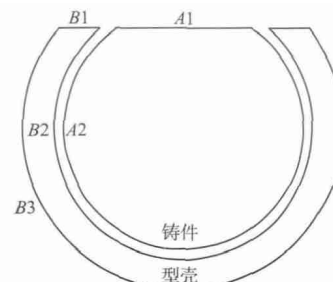


图1 铸件以及随形型壳的表面边界示意图

Fig. 1 Surface boundaries of casting and irregular shuttering

相接触，这里将两者分开是为了更为形象地说明边界关系。

有限元网格信息由“节点”—“面单元”—“体单元”组成。对单个材质而言，其表面单元只会出现在一个体单元上，而其他面单元会出现在两个体单元上，因此通过判断各个面单元在体单元上所出现的次数，就可以获得此材质的表面单元。在获得各个材质的表面单元之后，对于铸件而言，将顶端的表面单元即边界A1选取出来，其余的为与其他材质相接触的表面单元即边界A2；对于型壳而言，首先将顶端的表面单元即边界B1选取出来，其原因是顶端的表面单元正好将型壳其他表面分隔为两部分，一部分与其他材质相接触即边界B2，另一部分与空气相接触即边界B3。

至于如何区分边界B2与边界B3，由于边界A2已经选取出来，边界A2为对流换热边界，由式(4)可知，对流换热边界需要对应的外部温度 $T_a$ ，如图2所示，本文通过查找与表面节点相隔最近的两个其他材质表面节点，进而获得外部温度 $T_a$ ：

$$T_a = \frac{L_{ab'}}{L_{aa'} + L_{ab'}} T_{a'} + \frac{L_{aa'}}{L_{aa'} + L_{ab'}} T_{b'} \quad (13)$$

式中： $T_{a'}$ 和 $T_{b'}$ 分别为节点 $a'$ 和 $b'$ 在迭代计算中的温度值， $^{\circ}\text{C}$ ； $L_{aa'}$ 和 $L_{ab'}$ 分别为节点 $a$ 与节点 $a'$ 、节点 $a$ 与节点 $b'$ 的距离值， $m$ 。

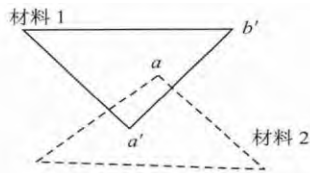


图2 通用化边界处理方法示意图

Fig. 2 Schematic diagram of the general duty method handling boundary

在设置边界A2的对流换热边界过程中，记录与边界A2有对应关系的型壳表面单元，进而将边界B2与边界B3区分开来。对于型壳边界B1与B3，设置与空气的对流换热边界；对于型壳边界B2，设置与其他材质的对流换热边界。

## 2.2 潜热处理

潜热的释放对铸件凝固过程有着较大的影响，在铸造数值模拟中，处理潜热的方法主要有：等效比热法、热焓法、温度回升法以及源项处理法<sup>[5-6]</sup>。本文采用等效比热法处理潜热，即认为合金潜热在液固相线之间均匀释放。采用等效比热容 $c_p$ 代替式(1)中的比热容 $c$ ，等效比热容 $c_p$ 的定义为：

$$c_p = \begin{cases} c + \frac{L}{T_L - T_s} & T_s \leq T \leq T_L \\ c & T > T_L \text{ or } T < T_s \end{cases} \quad (14)$$

式中： $T_L$ 为合金液相线温度， $^{\circ}\text{C}$ ； $T_s$ 为合金固相线温度， $^{\circ}\text{C}$ ； $T$ 为铸件节点在迭代计算过程中的温度， $^{\circ}\text{C}$ ； $L$ 为合金潜热， $\text{J/kg}$ 。

## 2.3 集中热容处理

瞬态温度场计算过程中可能出现空间和时间上的振荡，这种振荡现象产生的根源在于对控制方程的离散化，使本来具有无限个自由度的问题转变为有限自由度问题。这样离散的方程具有一定的“刚性”，其对热载荷的响应速度是有限的。当热载荷变化速度很快时，就有可能由于离散方程固有的响应速度太慢而造成某些节点上出现热量积聚或骤减<sup>[7-8]</sup>。

对于该问题的一个合理解决方法是将单元的热容集中到各节点上去。集中热容矩阵的有限元物理模型认为只有节点上有热容。一种可行的做法是将热容矩阵的同行或同列元素相加代替对角线元素，新的热容矩阵只有对角线元素有值，如式(15)所示。

$$\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \cdots & c_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \cdots & c_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} + c_{12} + \cdots + c_{1n} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & c_{21} + c_{22} + \cdots + c_{2n} & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & c_{n1} + c_{n2} + \cdots + c_{nn} \end{bmatrix} \quad (15)$$

在程序处理过程中，集中热容矩阵的操作可以直接在组装热容矩阵的过程中完成，对于四面体一次单元，每个体单元有四个节点，所集中到四个节点的比例均为0.25；对于四面体二次单元，每个体单元有十个节点，集中到四个顶点的比例均为0.028，集中到其他六个节点的比例均为0.148。

## 2.4 温度场程序的实现

基于前文所述的瞬态温度场理论以及型壳边界处理方法，本文开发了熔模铸造过程有限元温度场数值模拟软件。由于温度场数值模拟程序往往需要比较多的迭代计算步数，所以温度场程序中含有续算功能，熔模铸造过程温度场计算程序流程图如图3所示。

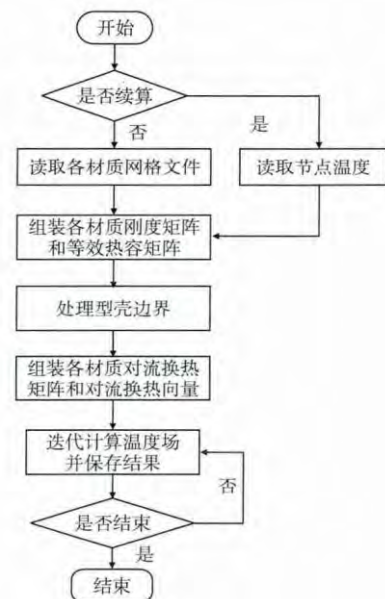


图3 熔模铸造过程温度场计算程序流程图

Fig. 3 Flowchart of the program calculating investment casting temperature field

### 3 程序计算结果检验

#### 3.1 缸体模型及参数设置

为了验证所开发的熔模铸造过程温度场程序的准确性，计算复杂铸钢缸体熔模铸造过程温度场，并与专业铸造模拟软件ProCAST模拟结果进行对比。缸体几何模型如图4所示，铸造工艺由浇注系统和缸体铸件组成。铸件网格剖分结果如图5a所示，型壳的厚度为18 mm，型壳网格剖分结果如图5b所示。采用四面体二次单元进行网格划分，得到的整体节点数为379 089，整体单元数为231 182，时间步长取 $\Delta t=1$  s。

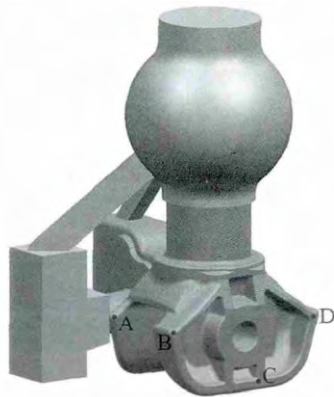
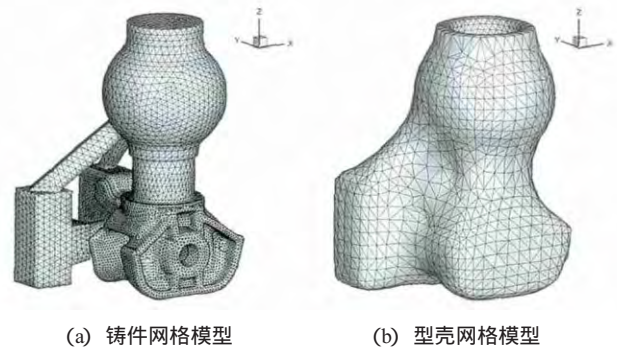


图4 缸体铸件几何模型

Fig. 4 The geometric model of cylinder casting

铸件合金采用G20Mn5，型壳材料采用石英砂，铸件及型壳的热物性参数见表1。另外型壳与空气以及铸件与空气的换热系数均为 $100 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ，空气为恒温 $20^\circ\text{C}$ ，铸件与型壳的换热系数为 $800 \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ，铸



(a) 铸件网格模型 (b) 型壳网格模型

图5 网格模型

Fig. 5 The mesh model

件潜热为 $80\,000 \text{ J}/\text{kg}$ ，铸件合金液固相线温度分别为 $1\,520^\circ\text{C}$ 和 $1\,450^\circ\text{C}$ 。

表1 铸件及型壳的热物性参数

Table 1 Thermophysical parameters of the casting and shuttering

参数	铸件	型壳
导热系数/ $(\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1})$	45	10
密度/ $(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	7 600	1 500
比热容/ $(\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1})$	600	750
初始温度/ $^\circ\text{C}$	1 580	350

#### 3.2 对比分析ProCAST模拟结果

根据上述的缸体铸件模型及各材质物性参数，采用自主开发的熔模铸造有限元温度场程序计算其凝固过程，同时采用ProCAST进行同样模型的温度场模拟。选取铸件上的四个特殊点A点、B点、C点和D点，见图4。将程序中计算的各点各时刻温度与ProCAST计算结果相对比，对比结果如图6所示。

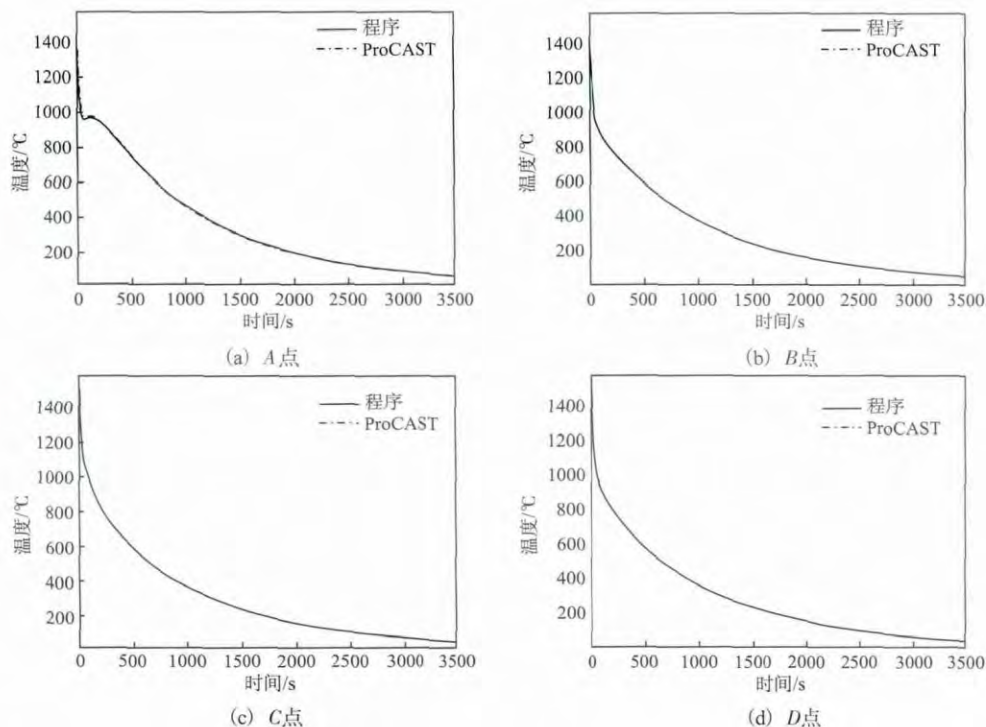


图6 程序与ProCAST所计算的各点各时刻温度对比

Fig. 6 Contrast the temperatures of points between the program and ProCAST

图6对比了程序和ProCAST计算结果中各点在0至3 500 s的温度变化,从对比结果来看,A点的最大相对误差为1.113%,B点的最大相对误差为0.424%,C点的最大相对误差为0.515%,D点的最大相对误差为0.522%,各点温度在程序及ProCAST计算结果中的变化基本一致。对温度场的误差来源进行分析,其主要原因是处理边界以及潜热的方式不同。本文所提出的通用化边界处理方式,对边界处理进行了一定的简化,在一定程度上会对计算结果的精度有影响。从本文熔模铸造算例的计算结果来看,所提出的通用化边界处理方法以及潜热处理是合理的。

图7对比了程序和ProCAST计算结果中3个时刻的液相区分布,程序后处理采用专业后处理软件Tecplot,从对比结果来看,程序和ProCAST所计算的液相区分布基本一致。凝固6 s之后,缸体上部形成了孤立液相区;凝固16 s之后,缸体下部形成了孤立液相区;凝固25 s之后,液相区基本只处于浇道区域。

选取温度场程序计算结果中6个时刻的铸件温度场分布,如图8所示。由于型壳厚度为18 mm,使得铸件整体降温较快,冷却200 s之后,铸件全为固相区。从图8中的模拟结果可以看出,由于缸体壁厚较薄,使得缸体部分降温较快;上端球形浇冒口较为厚大,其降

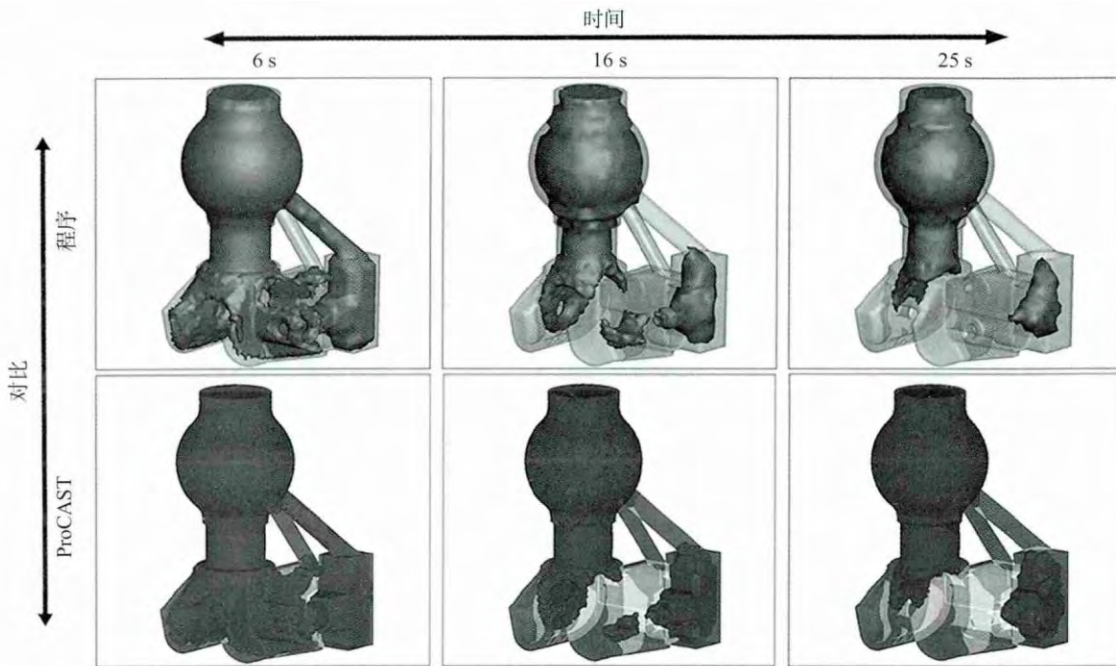


图7 程序和ProCAST计算结果中3个时刻的液相区分布

Fig. 7 The liquid phase distribution in three time calculated by the program and ProCAST

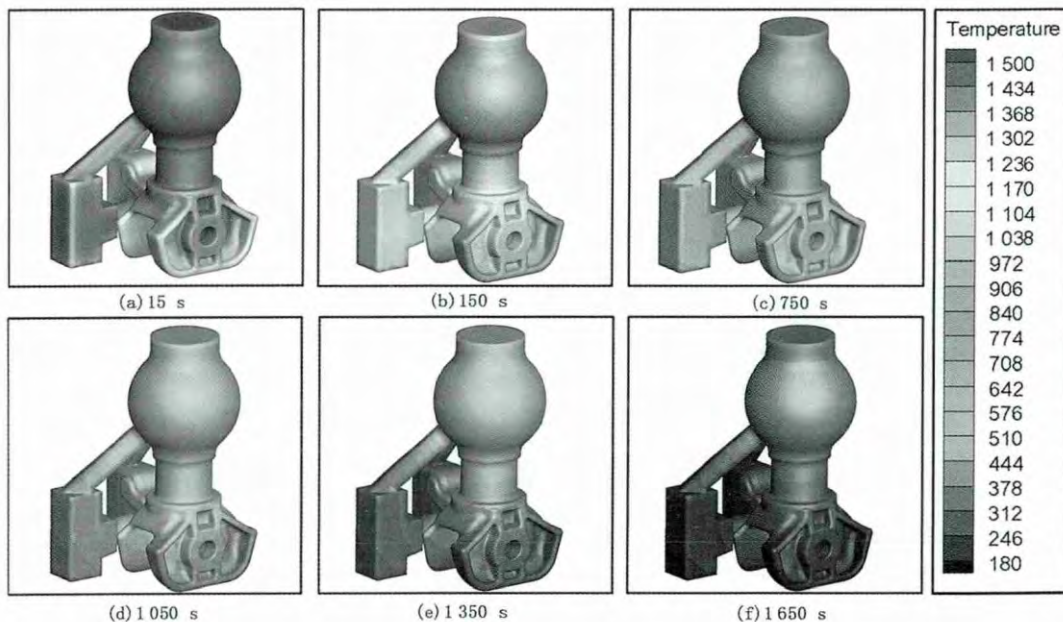


图8 温度场程序计算结果中6个时刻的铸件温度场分布

Fig. 8 The temperature fields of the casting in six time calculated by the program

温最为缓慢。综合以上分析可知，本文所开发的熔模铸造温度场程序的模拟结果与实际温度场的分布规律是吻合的。

#### 4 结束语

采用有限元法自主开发的熔模铸造过程温度场数值模拟软件，对复杂铸钢缸体熔模铸造过程温度场进行了模拟计算，并与ProCAST的模拟结果进行了对比，二者对比结果相近，其中凝固过程温度场的最大相对误差为1.113%，验证了所开发的模拟软件的正确性以及可靠性。

#### 参考文献：

[1] 吕志刚, 崔旭龙, 周泽衡. 我国精密铸造业面临的挑战与对策 [J]. 特种铸造及有色合金, 2011, 31 (3) : 251-253.

[2] 周建新. 铸造计算机模拟仿真技术现状及发展趋势 [J]. 铸造, 2013, 61 (10) : 1105-1115.  
 [3] 廖敦明, 向智, 陈立亮, 等. 基于MATLAB平台有限单元法的铸造热应力数值模拟 [J]. 铸造, 2011, 60 (6) : 554-558.  
 [4] 王勳成. 有限单元法 [M]. 北京: 科学出版社, 1981 : 441-450.  
 [5] 周建新, 刘瑞祥, 陈立亮, 等. 凝固过程数值模拟中的潜热处理方法 [J]. 铸造, 2001, 50 (7) : 404-407.  
 [6] 孙天亮. 不同凝固潜热处理方法对计算铸坯温度场影响的评估 [J]. 冶金自动化, 2004, 增刊: 79-82.  
 [7] 孔祥谦. 有限元法在传热学中的应用 [M]. 北京: 科学出版社, 1998.  
 [8] Inoue T, Funatani K, Totten G. Progress modeling for heat treatment : current status and future development [J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2000, 5 (1) : 14-25.

(编辑: 刘冬梅, ldm@foundryworld.com)



西果  
铸具

## 河北省枣强县西果铸造工具厂

诚征各地代理

我厂是生产铸造用芯撑(铸顶)、涂料笔、造型工具的专业制造厂, 30年来生产的“西果”系列铸具销往全国各地, 质量信誉好, 服务到位, 规格全, 当日邮寄。可供图订做, 产品实行三包, 欢迎国内外新老客户洽谈。

一、芯撑(工字型铸卡): 各种高度、形状(圆、方、长方形)单柱、双柱, 各种垫片。  
 二、涂料笔: 羊毛掸笔2~12 cm (10个品种), 水笔1.2~2 cm (3个品种), 猪鬃掸笔等。  
 三、修造型工具(材质: 不锈钢、弹簧钢)。  
 四、铸铁、铸钢、铸铝用过滤网、过滤片, 通气管绳。 /mm

名称	型号	规格	名称	型号	规格	名称	型号	规格
刮刀	2#	170×46	圆竹批	2#	280×24	压勺	1#	260×52
	3#	145×45		4#	240×20		2#	240×45
尖头刮刀	2#	150×43	平竹批	3#	260×22		4#	200×32
提钩	1#	360×16	秋叶	2#	180×32×22	法兰钩	2#	260×13
	3#	320×12	齐头压勺	3#	200×32	托兰根	2#	220×16×φ25
钩批	2#	300×20×14	双齐头压勺	2#	220×30	直角光子	2#	75×36×20






电话: 0318-8438663  
 传真: 0318-8438663  
 开户行: 枣强县建设南路信用社

联系人: 王丙迁 王恒果  
 网址: www.xgzjc.com  
 账号: 181302011075956

手机: 13803182813 13932828519  
 银行汇款: 枣强县西果铸造工具厂  
 农行金穗卡号: 9559982130333299215 (王丙迁)